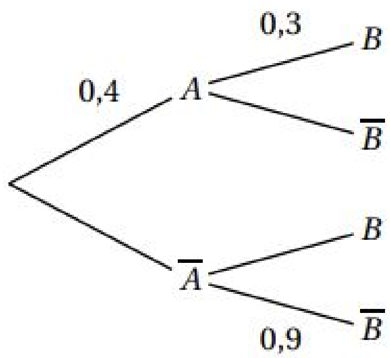
réf 1702 sujet BAC première spé maths prévisionnel

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. On considère l'arbre de probabilité ci-dessous.

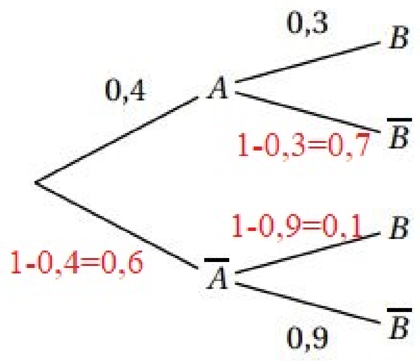
On cherche la probabilité de l'évènement B.



A.	**B.**	**C.**	**D.**
$p(B) = 0{,}18$	$p(B) = 0{,}12$	$p(B) = 0{,}66$	$p(B) = 0{,}3$

☛ **Solution**:

On complète d'abord l'arbre proposé :



On a $A \cap \overline{A} = \varnothing$ et $A \cup \overline{A} = \Omega$

donc A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales :

$p(B) = p(A \cap B) + p\left(\overline{A} \cap B\right)$

$\qquad = p(A) \times p_A(B) + p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(B)$

$= 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,1$

$= 0,12 + 0,06$

$= 0,18$

$\boxed{\text{Réponse A.}}$

2. Une tablette coûte 200 euros. Son prix diminue de 30 %.

Le prix après cette diminution est :

A. 140 euros	B. 170 euros	C. 194 euros	D. 197 euros

☛ **Solution**:

Diminuer de 30% revient à appliquer le coefficient multiplicateur $1 - \dfrac{30}{100} = 0,7$.

$200 \times 0,7 = 140$

$\boxed{\text{Réponse A.}}$

3. Une réduction de 50% suivi d'une augmentation de 50% équivaut à :

A. une réduction de 50 %	B. une réduction de 25 %	C. une augmentation de 25 %	D. une augmentation de 75 %

☛ **Solution**:

Diminuer de 50% revient à appliquer le coefficient multiplicateur $1 - \dfrac{50}{100} = 0,5$.

Augmenter de 50% revient à appliquer le coefficient multiplicateur $1 + \dfrac{50}{100} = 1,5$.

La valeur a donc été multipliée par $0,5 \times 1,5 = 0,75$

ce qui correspond à une baisse de $t = (0,75 - 1) \times 100 = -25\%$

$\boxed{\text{Réponse B.}}$

Remarque

On peut aussi faire le calcul avec une base de 100.

Si on applique la baisse de 50%, on a alors 50.

Si on applique maintenant une hausse de 50% à 50 on a $50 + 25 = 75$

On est donc passé de la valeur 100 à la valeur 75 soit -25%

4. Dans un lycée, le quart des élèves sont internes, parmi eux, la moitié sont des filles.

La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est égale à :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
4 %	12,5 %	25 %	50 %

☛ **Solution**:

La moitié du quart est $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$ et $\dfrac{1}{8} = \dfrac{12,5}{8 \times 12,5} = \dfrac{12,5}{100}$

$\boxed{\text{Réponse B.}}$

5. On considère le nombre $N = \dfrac{10^7}{5^2}$. On a :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
$N = 2^5$	$N = 20\,000$	$N = \dfrac{1}{10^5}$	$N = 4 \times 10^5$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned} N &= \frac{10^7}{5^2} \\ &= \frac{(5 \times 2)^7}{5^2} \\ &= \frac{5^7 \times 2^7}{5^2} \\ &= 5^{7-2} \times 2^7 \\ &= 5^5 \times 2^7 \\ &= 5^5 \times 2^5 \times 2^2 \\ &= (5 \times 2)^5 \times 2^2 \\ &= 10^5 \times 2^2 \\ &= 4 \times 10^5 \end{aligned}$$

MATHS-LYCEE.FR –Première spécialité sujet prévisionnel BAC 2025

Réponse D.

6. Un appareil a besoin d'une énergie de $7,5 \times 10^6$ joules pour se mettre en route.

À combien de kiloWatts-heure (kWh) cela correspond-il ?

Données : 1 kWh $= 3,6 \times 10^6$ J

A. 0,5 kWh	**B.** 2,08 kWh	**C.** 5,3 kWh	**D.** 20,35 kWh

☛ **Solution**:

1 kWh $= 3,6 \times 10^6$ J donc 2 kWh $= 7,2 \times 10^6$ J

Donc $7,5 \times 10^6$ J correspond à un peu plus de 2 kWh.

Réponse B.

7. Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note d la droite passant par les points A$(0\ ;\ -1)$ et B$(2\,;\,5)$.

Le coefficient directeur de la droite d est égal à :

A. $-\dfrac{1}{2}$	**B.** 2	**C.** 3	**D.** $\dfrac{1}{3}$

☛ **Solution**:

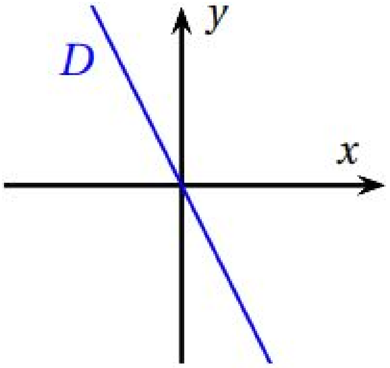
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-(-1)}{2-0} = \frac{6}{2} = 3.$$

Réponse C.

8. On a représenté ci-dessous une droite D.

Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite D est :

MATHS-LYCEE.FR –Première spécialité sujet prévisionnel BAC 2025



A.	B.	C.	D.
$2x-y=0$	$2x+y+1=0$	$y=x^2-(x+1)^2+1$	$y=2x-1$

☛ **Solution**:

La droite passe par l'origine du repère de coordonnées $(0;0)$.

Seules les équations A et C sont vérifiées avec $x=0$ et $y=0$

Pour $2x-y=0$ un vecteur directeur est $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et le coefficient directeur est 2 on a $y=2x$

or la le coefficient directeur de la droite représentée est négatif.

donc la réponse correcte est la C.

En effet $y=x^2-(x+1)^2+1=x^2-(x^2+2x+1)+1=-2x$

Réponse C.

9. On note $\mathcal{S}$ l'ensemble des solutions de l'équation $x^2=10$ sur $\mathbb{R}$. On a :

A.	B.	C.	D.
$\mathscr{S}=\{-5\,;\,5\}$	$\mathscr{S}=\{-\sqrt{5}\,;\,\sqrt{5}\}$	$\mathscr{S}=\{-\sqrt{10}\,;\,\sqrt{10}\}$	$\mathscr{S}=\emptyset$

☛ **Solution**:

$x^2=10 \iff x=\sqrt{10}$ ou bien $x=-\sqrt{10}$

Réponse C.

10. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 15)(x + 2)$ admet pour tableau de signes :

A.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

B.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

C.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

☛ **Solution**:

$3x - 15 = 0 \iff 3x = 15 \iff x = 5$

$x + 2 = 0 \iff x = -2$

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$3x-15$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{\text{Réponse A.}}$

11. L'expression développée de $(2x + 0,5)^2$ est :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
$4x^2 + x + 0{,}25$	$4x^2 + 4x + 2$	$4x^2 + 2x + 0{,}25$	$4x^2 + 2x + 1$

☛ **Solution**:

$(2x + 0,5)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 0,5 + (0,5)^2 = 4x^2 + 2x + 0,25$

$\boxed{\text{Réponse C.}}$

12. Lorsqu'un point mobile suit une trajectoire circulaire de rayon R, en mètre (m), son accélération centripète a (en m/s^2) s'exprime en fonction de la vitesse (en m/s) de la manière suivante : $a = \dfrac{v^2}{R}$.

L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer la vitesse v est :

A.	B.	C.	D.
$v = aR^2$	$v = \sqrt{aR}$	$v = \sqrt{\frac{a}{R}}$	$v = \frac{a^2}{R}$

☛ **Solution**:

$a = \frac{v^2}{R} \iff aR = v^2$

donc $v = \sqrt{aR}$.

$\boxed{\text{Réponse B.}}$

Exercice 2 (7 points) Suites | ★★ | temps estimé:30-35mn

En 2020, une ville comptait 10 000 habitants

On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite (u_n) définie ainsi : $\begin{cases} u_0 = 10\ 000 \\ u_{n+1} = 1,08u_n - 300 \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$ où u_n représente le nombre d'habitants pour l'année $2020+n$.

1. Indiquer ce que représente u_1 et calculer sa valeur.

☛ **Solution**:

u_n représente le nombre d'habitants pour l'année $2020 + n$

donc pour $n = 1$, u_1 représente le nombre d'habitants pour l'année $2020 + 1 = 2021$.

$u_{n+1} = 1,08u_n - 300$ donc $u_1 = 1,08u_0 - 300 = 1,08 \times 10\ 000 - 300 = 10\ 800 - 300 = 10\ 500$

$\boxed{u_1 = 10\ 500 \text{ représente le nombre d'habitants en 2021.}}$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3750$.

a) Déterminer v_0.

☛ **Solution**:

$v_n = u_n - 3750$ et $u_0 = 10\ 000$

$\boxed{\text{donc } v_0 = u_0 - 3750 = 10\ 000 - 3750 = 6250}$

b) Démontrer que pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 1,08v_n$.

☛ **Solution**:

$v_n = u_n - 3750$ donc $v_{n+1} = u_{n+1} - 3750$.

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 3750 \\ &= 1,08u_n - 300 - 3750 \\ &= 1,08u_n - 4050 \text{ or } u_n = v_n + 3750 \\ &= 1,08\,(v_n + 3750) - 4050 \\ &= 1,08v_n + 4050 - 4050 \\ &= 1,08v_n \end{aligned}$$

$\boxed{\text{donc } v_{n+1} = 1,08v_n}$

c) En déduire la nature de la suite (v_n).

☛ **Solution**:

$v_{n+1} = 1,08v_n$

$\boxed{\text{Donc la suite } (v_n) \text{ est géométrique de raison } q = 1,08 \text{ et de premier terme } v_0 = 6250.}$

d) Pour tout entier naturel n, exprimer, v_n en fonction de n.

☛ **Solution**:

$\boxed{v_n = v_0 \times q^n = 6250 \times 1,08^n.}$

e) En déduire que pour tout entier naturel, on a $u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$.

☛ **Solution**:

Pour tout n on a $v_n = u_n - 3750$ donc $u_n = v_n + 3750$

et $v_n = 6250 \times 1,08^n$

$\boxed{\text{donc } u_n = v_n + 3750 = 6250 \times 1,08^n + 3750.}$

3. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenu par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 : $= 6250 * 1,08\hat{}A2 + 3750$

	A	B
1	n	Un
2	0	10000
3	1	10500
4	2	11040
5	3	11623,2
6	4	12253,056
7	5	12933,30048
8	6	13667,96456
9	7	14461,40168
10	8	15318,31381
11	9	16243,77892
12	10	17243,28123
13	11	18322,74373
14	12	19488,56323
15	13	20747,64829
16	14	22107,46015
17	15	23576,05696
18	16	25162,14152
19	17	26875,11284
20	18	28725,12187
21	19	30723,13162

La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19 000 habitants.

La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer.

☛ **Solution**:

D'après le tableau donnant les valeurs de u_n, la population dépassera 19 000 habitants pour $n \geq 12$

soit à partir de l'année $2020 + 12 = 2032$

La construction d'un tel établissement nécessite deux ans ;

donc il faut donc commencer les travaux en 2030.

Exercice 3 (7 points) Étude de fonction et exponentielle | ★★ | temps estimé:35-40mn

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[-5; 3]$ par : $P(x) = 2x^2 + x - 10$.

1. a) Déterminer les racines de P.

☛ **Solution**:

$P(x) = 2x^2 + x - 10$

et on a $a = 2$, $b = 1$ et $c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-10) = 1 + 80 = 81 = 9^2$

Les racines de P sont :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-9}{4} = -\dfrac{10}{4} = -\dfrac{5}{2}$

et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+9}{4} = \dfrac{8}{4} = 2$

Les deux racines sont $x_1 = -\dfrac{5}{2}$ et $x_2 = 2$

b) En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.

☛ **Solution**:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{5}{2} + 2}{2} = \frac{\frac{-5}{2} + \frac{4}{2}}{2} = \frac{\frac{-1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

L'axe de symétrie de la parabole est donc la droite d'équation $x = -\dfrac{1}{4}$.

Remarque

On peut aussi utiliser $x_S = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-1}{2 \times 2} = \dfrac{-1}{4}$

2. Établir le tableau de signes de la fonction P sur l'intervalle $[-5\ :\ 3]$.

☛ **Solution**:

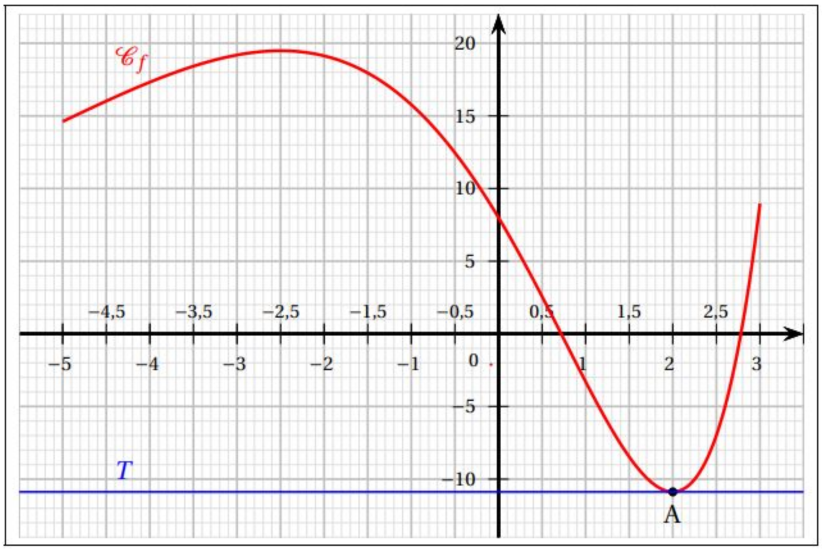
Le polynôme P a pour racines $x_1 = -\dfrac{5}{2}$ et $x_2 = 2$, donc

On établit le tableau de signes de la fonction P sur l'intervalle $[-5\ :\ 3]$.

x	-5		$-\frac{5}{2}$		2		3
$P(x)$		signe de a=2 +	0	$-$	0	+ signe de a=2	

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ :\ 3]$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$.



La tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 2 est horizontale.

1. Donner la valeur du nombre dérivé $f'(2)$.

☛ **Solution**:

$f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point de la courbe d'abscisse 2 ;

or T est parallèle à l'axe des abscisses donc a pour coefficient directeur 0

$\boxed{\text{donc } f'(2) = 0}$

2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f'(x) < 0$.

☛ **Solution**:

Les solutions de l'inéquation $f'(x) < 0$ sont les valeurs de x pour lesquelles la fonction f est strictement décroissante

$\boxed{\text{donc sur l'intervalle }]-2,5;2[}$

3. On sait que sur l'intervalle $[-5\ ;\ 3]$: $f(x) = (4x^2 - 14x + 8)\, e^{0,5x}$.

Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5\ ;\ 3]$, on a : $f'(x) = P(x)e^{0,5x}$

☛ **Solution**:

On pose $u(x) = 4x^2 - 14x + 8$ et $v(x) = e^{0,5x}$ dérivables sur $[-5;3]$

et on a $u'(x) = 8x - 14$ et $v'(x) = 0,5e^{0,5x}$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\
&= (8x-14) \times e^{0,5x} + (4x^2 - 14x + 8) \times 0,5e^{0,5x} \\
&= (8x - 14 + (4x^2 - 14x + 8) \times 0,5)\, e^{0,5x} \\
&= (8x - 14 + 2x^2 - 7x + 4)\, e^{0,5x} \\
&= (2x^2 + x - 10)\, e^{0,5x} \\
&= P(x)e^{0,5x}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{donc } f'(x) = P(x)e^{0,5x}}$

4. En utilisant les résultats de la partie A, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 3]$. (Il n'est pas demandé de calculer les images).

☛ **Solution**:

Sur $[-5;2]$, $e^{0,5x} > 0$ donc $f'(x)$ est du même signe que $P(x)$

D'après la partie A, on connaît le signe de $P(x)$.

x	-5		$-\frac{5}{2}$		2		3
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x) = P(x)\,e^{0,5x}$		$+$	0	$-$	0	$+$	
variations de f	$f(-5)$	$\nearrow$	$f(-2,5)$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(3)$