

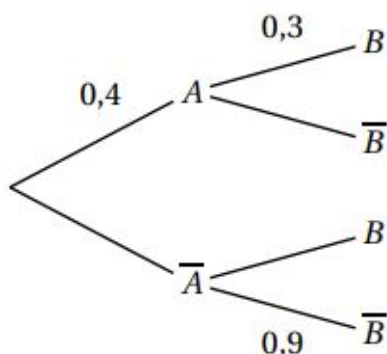


## PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. On considère l'arbre de probabilité ci-dessous.

On cherche la probabilité de l'évènement  $B$ .



|                            |                            |                            |                           |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| <b>A.</b><br>$p(B) = 0,18$ | <b>B.</b><br>$p(B) = 0,12$ | <b>C.</b><br>$p(B) = 0,66$ | <b>D.</b><br>$p(B) = 0,3$ |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|

2. Une tablette coûte 200 euros. Son prix diminue de 30 %.

Le prix après cette diminution est :

|                        |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <b>A.</b><br>140 euros | <b>B.</b><br>170 euros | <b>C.</b><br>194 euros | <b>D.</b><br>197 euros |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|

3. Une réduction de 50% suivi d'une augmentation de 50% équivaut à :

|                                      |                                      |   |   |
|--------------------------------------|--------------------------------------|---|---|
| <b>A.</b><br>une réduction de<br>50% | <b>B.</b><br>une réduction de<br>25% | <b>C.</b><br>une augmentation<br>de 25% | <b>D.</b><br>une augmentation<br>de 75% |
|--------------------------------------|--------------------------------------|---|---|

4. Dans un lycée, le quart des élèves sont internes, parmi eux, la moitié sont des filles.

La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est égale à :

|                 |                    |                  |                  |
|-----------------|--------------------|------------------|------------------|
| <b>A.</b><br>4% | <b>B.</b><br>12,5% | <b>C.</b><br>25% | <b>D.</b><br>50% |
|-----------------|--------------------|------------------|------------------|

5. On considère le nombre  $N = \frac{10^7}{5^2}$ . On a :



|                        |                          |                                   |                                  |
|------------------------|--------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| <b>A.</b><br>$N = 2^5$ | <b>B.</b><br>$N = 20000$ | <b>C.</b><br>$N = \frac{1}{10^5}$ | <b>D.</b><br>$N = 4 \times 10^5$ |
|------------------------|--------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|

6. Un appareil a besoin d'une énergie de  $7,5 \times 10^6$  joules pour se mettre en route.

À combien de kiloWatts-heure (kWh) cela correspond-il ?

Données :  $1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$

|                      |                       |                      |                        |
|----------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| <b>A.</b><br>0,5 kWh | <b>B.</b><br>2,08 kWh | <b>C.</b><br>5,3 kWh | <b>D.</b><br>20,35 kWh |
|----------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|

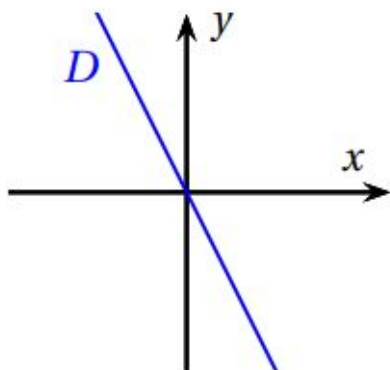
7. Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note  $d$  la droite passant par les points  $A(0 ; -1)$  et  $B(2 ; 5)$ .

Le coefficient directeur de la droite  $d$  est égal à :

|                             |                |                |                            |
|-----------------------------|----------------|----------------|----------------------------|
| <b>A.</b><br>$-\frac{1}{2}$ | <b>B.</b><br>2 | <b>C.</b><br>3 | <b>D.</b><br>$\frac{1}{3}$ |
|-----------------------------|----------------|----------------|----------------------------|

8. On a représenté ci-dessous une droite  $D$ .

Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite  $D$  est :



|                           |                               |                                      |                           |
|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| <b>A.</b><br>$2x - y = 0$ | <b>B.</b><br>$2x + y + 1 = 0$ | <b>C.</b><br>$y = x^2 - (x+1)^2 + 1$ | <b>D.</b><br>$y = 2x - 1$ |
|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|

9. On note  $\mathcal{S}$  l'ensemble des solutions de l'équation  $x^2 = 10$  sur  $\mathbb{R}$ . On a :

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| <b>A.</b><br>$\mathcal{S} = \{-5 ; 5\}$ | <b>B.</b><br>$\mathcal{S} = \{-\sqrt{5} ; \sqrt{5}\}$ | <b>C.</b><br>$\mathcal{S} = \{-\sqrt{10} ; \sqrt{10}\}$ | <b>D.</b><br>$\mathcal{S} = \emptyset$ |
|---|---|---|--|

10. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (3x - 15)(x + 2)$  admet pour tableau de signes :



|   |           |           |      |           |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
|---|-----------|-----------|------|-----------|-----------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----------|------|-----|-----------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>A.</b>   | <b>B.</b> |           |      |           |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-2</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>5</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> </tr> </table> | $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $5$       | $+\infty$ | $f(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-2</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>5</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> </tr> </table> | $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $5$ | $+\infty$ | $f(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $x$   | $-\infty$ | $-2$      | $5$  | $+\infty$ |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $f(x)$  | $+$       | $0$       | $-$  | $0$       | $+$       |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $x$   | $-\infty$ | $-2$      | $5$  | $+\infty$ |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $f(x)$  | $-$       | $0$       | $+$  | $0$       | $-$       |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| <b>C.</b>   | <b>D.</b> |           |      |           |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-5</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> </tr> </table> | $x$       | $-\infty$ | $-5$ | $2$       | $+\infty$ | $f(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-5</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px 5px;"><math>-</math></td> </tr> </table> | $x$ | $-\infty$ | $-5$ | $2$ | $+\infty$ | $f(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $x$   | $-\infty$ | $-5$      | $2$  | $+\infty$ |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $f(x)$  | $+$       | $0$       | $-$  | $0$       | $+$       |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $x$   | $-\infty$ | $-5$      | $2$  | $+\infty$ |           |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |
| $f(x)$  | $-$       | $0$       | $+$  | $0$       | $-$       |        |     |     |     |     |     |   |     |           |      |     |           |        |     |     |     |     |     |

11. L'expression développée de  $(2x + 0,5)^2$  est :

|                                |                              |                                 |                              |
|--------------------------------|------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| <b>A.</b><br>$4x^2 + x + 0,25$ | <b>B.</b><br>$4x^2 + 4x + 2$ | <b>C.</b><br>$4x^2 + 2x + 0,25$ | <b>D.</b><br>$4x^2 + 2x + 1$ |
|--------------------------------|------------------------------|---------------------------------|------------------------------|

12. Lorsqu'un point mobile suit une trajectoire circulaire de rayon  $R$ , en mètre (m), son accélération centripète  $a$  (en  $m/s^2$ ) s'exprime en fonction de la vitesse (en  $m/s$ ) de la manière suivante :

$$a = \frac{v^2}{R}$$

L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer la vitesse  $v$  est :

|                         |                              |                                       |                                  |
|-------------------------|------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| <b>A.</b><br>$v = aR^2$ | <b>B.</b><br>$v = \sqrt{aR}$ | <b>C.</b><br>$v = \sqrt{\frac{a}{R}}$ | <b>D.</b><br>$v = \frac{a^2}{R}$ |
|-------------------------|------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|

**Exercice 2 (7 points) Suites**    ★★    | temps estimé:30-35mn

En 2020, une ville comptait 10 000 habitants

On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite  $(u_n)$  définie ainsi :

$$\begin{cases} u_0 = 10\,000 \\ u_{n+1} = 1,08u_n - 300 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

où  $u_n$  représente le nombre d'habitants pour l'année 2020 +  $n$ .

1. Indiquer ce que représente  $u_1$  et calculer sa valeur.
2. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 3750$ .
  - a) Déterminer  $v_0$ .
  - b) Démontrer que pour tout entier naturel  $n$ , on a  $v_{n+1} = 1,08v_n$ .
  - c) En déduire la nature de la suite  $(v_n)$ .



- d) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer,  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- e) En déduire que pour tout entier naturel, on a  $u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$ .

3. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenu par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 :  $= 6250 * 1,08^{A2} + 3750$

|    | A  | B           |
|----|----|-------------|
| 1  | n  | Un          |
| 2  | 0  | 10000       |
| 3  | 1  | 10500       |
| 4  | 2  | 11040       |
| 5  | 3  | 11623,2     |
| 6  | 4  | 12253,056   |
| 7  | 5  | 12933,30048 |
| 8  | 6  | 13667,96456 |
| 9  | 7  | 14461,40168 |
| 10 | 8  | 15318,31381 |
| 11 | 9  | 16243,77892 |
| 12 | 10 | 17243,28123 |
| 13 | 11 | 18322,74373 |
| 14 | 12 | 19488,56323 |
| 15 | 13 | 20747,64829 |
| 16 | 14 | 22107,46015 |
| 17 | 15 | 23576,05696 |
| 18 | 16 | 25162,14152 |
| 19 | 17 | 26875,11284 |
| 20 | 18 | 28725,12187 |
| 21 | 19 | 30723,13162 |

La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19 000 habitants.

La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer.

**Exercice 3 (7 points) Étude de fonction et exponentielle** | ★★ | temps estimé:35-40mn

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

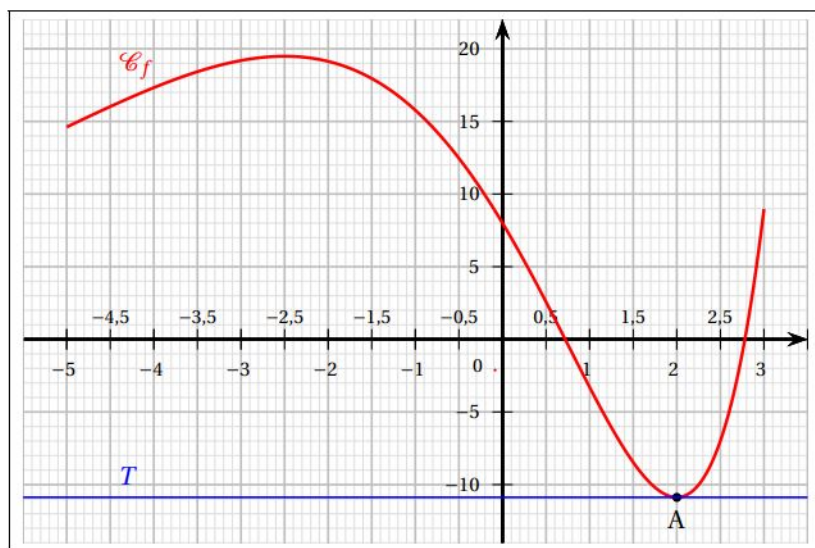
On considère la fonction  $P$  définie sur l'intervalle  $[-5; 3]$  par :  $P(x) = 2x^2 + x - 10$ .

- 1a) Déterminer les racines de  $P$ .
  - b) En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation  $y = P(x)$ .
2. Établir le tableau de signes de la fonction  $P$  sur l'intervalle  $[-5 : 3]$ .



Partie B

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-5 ; 3]$  dont on donne ci-dessous la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$ .



La tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  d'abscisse 2 est horizontale.

1. Donner la valeur du nombre dérivé  $f'(2)$ .
2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation  $f'(x) < 0$ .
3. On sait que sur l'intervalle  $[-5 ; 3]$  :  $f(x) = (4x^2 - 14x + 8)e^{0,5x}$ .

Démontrer que, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[-5 ; 3]$ , on a :  $f'(x) = P(x)e^{0,5x}$

4. En utilisant les résultats de la partie A, dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-5 ; 3]$ . (Il n'est pas demandé de calculer les images).