MATHS-LYCEE.FR

Révisions maths seconde

Mémo de cours

Exercices d'application

Vidéos

L'essentiel pour réussir la SECONDE

édition 2025

Mention légales

Présentation

Cet ouvrage permet aux élèves de seconde générale en mathématiques **de se familiariser avec les notions essentielles du programme**.

Il ne s'agit en aucun cas d'un cours de seconde complet mais **l'objectif est de permettre de réviser les notions essentielles de seconde** pour chaque chapitre ou préparer l'entrée en première.

Il a été conçu dans le but **de revoir et appliquer directement chaque notion au programme** de seconde sur des exemples simples en tenant compte des difficultés rencontrées le plus souvent chez les élèves.

Les vidéos associées aux exercices d'application permettent une approche plus ludique et d'avoir des explications complémentaires à celles de la version écrite d'un exercice.

Vous aurez accès aux exercices plus complets et de recherche sur le site **MATHS-LYCEE.FR**

Table des matières

Présentation **3**

1 Ensembles de nombres et intervalles **9**
1.1 Ensembles de nombres . . . 10
1.2 Intervalles . . . 12
1.2.1 notations . . . 12
1.2.2 Intersection et réunion . . . 14
1.3 Valeur absolue . . . 17
1.3.1 Définition . . . 17
1.3.2 Distance sur un axe gradué . . . 18
1.3.3 Intervalle centré et valeur absolue . . . 19
1.4 Divisibilité et nombres premiers . . . 22
1.4.1 Quelques rappels de collège . . . 22
1.4.2 Écriture des nombres entiers pairs et impairs . . . 22
1.4.3 Divisibilité dans $\mathbb{Z}$ . . . 22
1.4.4 Nombres premiers et décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers . . . 23
1.4.5 Applications de la décomposition en facteurs premiers . . . 24

2 Calculs et équations **27**
2.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées . . . 28
2.2 Développer et factoriser . . . 30
2.2.1 Développer . . . 30
2.2.2 Factoriser . . . 32
2.3 Équations du premier degré . . . 33
2.3.1 Quelques rappels . . . 33
2.3.2 Résolution d'équations du premier degré . . . 33
2.3.3 Astuces pour simplifier les calculs avec des fractions . . . 34
2.4 Équations produit . . . 34
2.4.1 Méthode et exemples . . . 35
2.4.2 Exemples . . . 35
2.4.3 Équations avec un quotient . . . 36

3 Inégalités et inéquations **39**
3.1 Comparer deux nombres . . . 40
3.2 Opérations sur les inégalités . . . 40
3.2.1 Calculs avec des inégalités . . . 40
3.3 Signe d'un produit et d'un quotient . . . 41
3.3.1 Signe de $ax + b$ . . . 41
3.3.2 Signe d'un produit de facteurs . . . 43
3.3.3 Signe d'un quotient . . . 46

4 Fonctions **51**
4.1 Définition . . . 52
4.1.1 notation . . . 52
4.1.2 Ensemble de définition . . . 52
4.1.3 Représentation graphique d'une fonction . . . 53

$$\begin{array}{r|l} 224 & 2 \\ 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{224 = 2^5 \times 7}$

Décomposition de 48 :

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{48 = 2^4 \times 3}$

2. Écrire $\dfrac{48}{224}$ sous forme irréductible

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned} \frac{48}{224} &= \frac{2^4 \times 3}{2^5 \times 7} \\ &= \frac{3}{2^{5-4} \times 7} \\ &= \frac{3}{2 \times 7} \\ &= \frac{3}{14} \end{aligned}$$

$\boxed{\dfrac{48}{224} = \dfrac{3}{14}}$

❒ Exercice 15 : simplification de racines carrées

1. Décomposer 125 en produit de facteurs premiers

☛ **Solution**:

Décomposition de 125 :

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$\boxed{125 = 5^3}$

2. En déduire les entiers a et b tels que $125 = a\sqrt{b}$.

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}\sqrt{125} &= \sqrt{5^3}\\ &= \sqrt{5^2 \times 5}\\ &= \sqrt{5^2}\sqrt{5}\\ &= 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\boxed{\sqrt{125} = 5\sqrt{5}}$

Chapitre 2

Calculs et équations

Sommaire

2.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées . . . 28
2.2 Développer et factoriser . . . 30
2.2.1 Développer . . . 30
2.2.2 Factoriser . . . 32
2.3 Équations du premier degré . . . 33
2.3.1 Quelques rappels . . . 33
2.3.2 Résolution d'équations du premier degré . . . 33
2.3.3 Astuces pour simplifier les calculs avec des fractions . . . 34
2.4 Équations produit . . . 34
2.4.1 Méthode et exemples . . . 35
2.4.2 Exemples . . . 35
2.4.3 Équations avec un quotient . . . 36

2.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées

Mémo : puissances

a et b sont deux nombres réels et n et p deux entiers relatifs.

- Produit
  $a^n a^p = a^{n+p}$
- Quotient
  $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $(a \neq 0)$
- Inverse
  $\dfrac{1}{a^p} = a^{-p}$ $(a \neq 0)$
- Exposants
  $(a^n)^p = a^{np}$

ex 8: calculs avec des puissances

❒ Exercice 16 : simplification de puissances

Ecrire les fractions suivantes sous forme irréductible.

1. $\dfrac{2^3 \times 5 \times 11^2}{2^2 \times 5^3 \times 11}$

Solution:

Remarque

$5 = 5^1$ et $11 = 11^1$

$$\begin{aligned}\frac{2^3 \times 5 \times 11^2}{2^2 \times 5^3 \times 11} &= \frac{2^{3-2} \times 11^{2-1}}{5^{3-1}} \\ &= \frac{2 \times 11}{5^2} \\ &= \frac{22}{25}\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{2^3 \times 5 \times 11^2}{2^2 \times 5^3 \times 11} = \frac{22}{25}}$$

2. $\dfrac{2^2 \times 3^4 \times 5^2}{2^4 \times 3^2 \times 5}$

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{2^2 \times 3^4 \times 5^2}{2^4 \times 3^2 \times 5} &= \frac{3^{4-2} \times 5^{2-1}}{2^{4-2}} \\ &= \frac{3^2 \times 5}{2^2} \\ &= \frac{45}{4}\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{2^2 \times 3^4 \times 5^2}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{45}{4}}$$

3. $\dfrac{2^5 \times 5^4 \times 7^2}{2^4 \times 5^6 \times 7^3}$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}\frac{2^5 \times 5^4 \times 7^2}{2^4 \times 5^6 \times 7^3} &= \frac{2^{5-4}}{5^{6-4} \times 7^{3-2}}\\ &= \frac{2}{5^2 \times 7^1}\\ &= \frac{2}{175}\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{2^5 \times 5^4 \times 7^2}{2^4 \times 5^6 \times 7^3} = \frac{2}{175}}$$

Mémo : notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est $a \times 10^n$ avec a nombre décimal compris entre 1 (compris) et 10 (exclu) et n entier relatif.
on a donc $a \in \mathbb{D}$ avec $a \in [1;10[$ et $n \in \mathbb{Z}$.
Par exemple $126,45 = 1,2645 \times 10^{-2}$
$120000 = 1,2 \times 10^5$

Mémo : racines carrées

a et b sont deux nombres réels positifs.

- ❏ Produit
  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- ❏ Quotient
  $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (avec $b \neq 0$)
- ❏ Carré
  $\sqrt{a}^2 = \sqrt{a^2} = a$

ex 9: calculs avec des racines carrées

❒ Exercice 17 : simplifier une racine carrée

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers positifs.
$\sqrt{2^4 \times 5^3}$

☛ **Solution**:

$\sqrt{2^4 \times 5^3}$
$= \sqrt{2^4} \times \sqrt{5^2 \times 5}$
$= 2^2 \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{5}$
$= 2^2 \times 5 \times \sqrt{5}$
$= 20\sqrt{5}$

$$\boxed{\sqrt{2^4 \times 5^3} = 20\sqrt{5}}$$

❒ Exercice 18 : utilisation des règles de calcul

Écrire chaque expression sous la forme $a^n \times b^m$ (a, b, n et m entiers relatifs).

1. $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$

☛ **Solution**:

$2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$= 2^2 \times 3^4$

$\boxed{2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4}$

2. $2^3 \times 3^2 \times 6^2$

☛ **Solution**:

$2^3 \times 3^2 \times 6^2$
$= 2^3 \times 3^2 \times (3 \times 2)^2$
$= 2^3 \times 3^2 \times 3^2 \times 2^2$
$= 2^{3+2} \times 3^{2+2}$
$= 2^5 \times 3^4$

$\boxed{2^3 \times 3^2 \times 6^2 = 2^5 \times 3^4}$

3. $\dfrac{3^2}{5^4} \times 25$

☛ **Solution**:

$\dfrac{3^2}{5^4} \times 25$
$= \dfrac{3^2 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$
$= \dfrac{3^2}{5 \times 5}$
$= \dfrac{3^2}{5^2}$
$= 3^2 \times 5^{-2}$

$\boxed{\dfrac{3^2}{5^4} \times 25 = 3^2 \times 5^{-2}}$

2.2 Développer et factoriser

2.2.1 Développer

Mémo : identités remarquables

a et vb sont deux réels.

- ❑ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ❑ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ❑ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

ex 10: développer une expression

❐ Exercice 19 : développer et simplifier

Développer chaque expression.

penser à contrôler avec la calculatrice (MENU TABLE), voir vidéo ci-dessous

réf 184-Contrôler un calcul avec la calculatrice

1. $(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x) &= -2x \times x - 2x \times (-1) + x - 1 - 3 \times 2 - 3 \times (-3x)\\ &= -2x^2 + 2x + x - 1 - 6 + 9x\\ &= -2x^2 + 12x - 7\end{aligned}$$

$$\boxed{(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x) = -2x^2 + 12x - 7}$$

2. $(2x-1)^2 - (x-1)(x+1)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(2x-1)^2 - (x-1)(x+1) &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 1)\\ &= 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 1\\ &= 3x^2 - 4x + 2\end{aligned}$$

$$\boxed{(2x-1)^2 - (x-1)(x+1) = 3x^2 - 4x + 2}$$

3. $(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1) &= \sqrt{2}^2 - x^2 - 2x^2 + 2x\\ &= -3x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

$$\boxed{(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1) = -3x^2 + 2x + 2}$$

2.2.2 Factoriser

ex 11: Factoriser dans des cas simples

❒ Exercice 20 : niv 1

Factoriser $(x-2)(2x-3)-(x-2)(5x-4)$

☛ Solution:

$(x-2)(2x-3)-(x-2)(5x-4)$
$=(x-2)[(2x-3)-(5x-4)]$
$=(x-2)[2x-3-5x+4]$
$=(x-2)(-3x+1)$

ex 12: Faire apparaître le facteur commun et factoriser

❒ Exercice 21 : faire "apparaître" le facteur commun

Factoriser $(2x-6)(x+3)+(4x-12)(5-4x)$

☛ Solution:

On a $2x-6=2(x-3)$ et $4x-12=4(x-3)$
$(2x-6)(x+3)+(4x-12)(5-4x)$
$=2(x-3)(x+3)+4(x-3)(5-4x)$
$=(x-3)[2(x+3)+4(5-4x)]$
$=(x-3)[2x+6+20-16x]$
$=(x-3)(-14x+26)$

ex 13: Factoriser avec les identités remarquables

❒ Exercice 22 : avec les identités remarquables

Factoriser

1. x^2-6x+9
2. $4x^2+8x+4$
3. x^2-9
4. $4x^2-7$

☛ Solution:

1. $x^2-6x+9=(x-3)^2$ (on a $a^2=x^2$ et $b^2=9$)
2. $4x^2+8x+4=(2x+2)^2$ (on a $a=2x$ et $b=2$)
3. $x^2-9=(x-3)(x+3)$ (troisième identité remarquable avec $a=x$ et $b=3$)
4. $4x^2-7=(2x)^2-\sqrt{7}^2=(2x-\sqrt{7})(2x+\sqrt{7})$

2.3 Équations du premier degré

2.3.1 Quelques rappels

Mémo : équivalence

- On obtient une équation équivalente (symbole $\Longleftrightarrow$) en multipliant ou en divisant chaque membre de cette équation par un même nombre non nul.
- On obtient une équation équivalente (symbole $\Longleftrightarrow$) en ajoutant ou en ou soustrayant chaque membre de cette équation par un même nombre.

2.3.2 Résolution d'équations du premier degré

Mémo : résolution d'équation

- Résoudre une équation, c'est déterminer **toutes les valeurs** de la variable(l'inconnue) vérifiant l'équation.

Méthode : équation du premier degré

➢ Développer et simplifier si nécessaire

➢ Isoler les termes contenant l'inconnue

➢ Simplifier les deux membres de l'équation

➢ "Isoler" l'inconnue

❒ Exercice 23 : solution d'une équation

Le réel $x = \frac{2}{3}$ est-il une solution de l'équation $6x - 4 = 2$?

Solution:

Si $\frac{2}{3}$ est une solution alors on doit avoir $6 \times \frac{2}{3} - 4 = 2$.

$6 \times \frac{2}{3} - 4 = \frac{12}{3} - 4 = 4 - 4 = 0$

donc $6 \times \frac{2}{3} - 4 \neq 2$

$\boxed{x = \frac{2}{3} \text{ n'est pas une solution de l'équation } 6x - 4 = 2.}$

ex 14: Équation avec fractions et cas particulier

❒ Exercice 24 : équations "simples" commentées

Résoudre les équations suivantes :

1. $3x + 4 = 2$
2. $\frac{3}{4}x = 9$
3. $2x - 1 = 6x + 7$

☛ **Solution**:

1. $3x+4=2 \Longleftarrow 3x=2-4$ (on soustrait 4 aux deux membres)
$\Longleftarrow 3x=-2$ (on simplifie le membre de droite)
$\Longleftarrow x=\dfrac{-2}{3}$ (on divise les deux membres par 3)

La solution est $x=\dfrac{-2}{3}$.

Remarques

On peut noter $S=\left\{\dfrac{-2}{3}\right\}$

Pour une présentation claire des calculs, **on écrit une égalité par ligne**

2. $\dfrac{3}{4}x=9 \Longleftrightarrow x=9\times\dfrac{4}{3}$
$\Longleftrightarrow x=9\times\dfrac{4}{3}$ on multiplie les deux membres par 4 et on divise par 3 ce qui revient à multiplier par $\dfrac{4}{3}$)
$\Longleftrightarrow x=\dfrac{9\times4}{3}$
$\Longleftrightarrow x=\dfrac{3\times3\times4}{3}$
$\Longleftrightarrow x=12$

La solution est $x=12$ soit $S=\{12\}$.

3. $2x-1=6x+7 \Longleftrightarrow 2x-6x=7+1$ (on ajoute 1 et on soustrait $6x$ aux deux membres)
$\Longleftrightarrow -4x=8$ (on simplifie)
$\Longleftrightarrow x=\dfrac{8}{-4}$ (on divise les deux membres par -4)
$\Longleftrightarrow x=-2$

La solution est $x=-2$ soit $S=\{-2\}$.

2.3.3 Astuces pour simplifier les calculs avec des fractions

La majorité des erreurs de calculs proviennent des signes $-$ et des calculs avec les fractions

Par exemple, pour résoudre l'équation $\dfrac{2}{3}x+2=-2x+\dfrac{3}{5}$, on peut réduire au même dénominateur avant de résoudre.

$$\dfrac{2}{3}x+2=-2x+\dfrac{3}{5} \Longleftrightarrow \dfrac{10}{15}x+\dfrac{30}{15}=-\dfrac{30}{15}x+\dfrac{9}{15}$$
$$\Longleftrightarrow 10x+30=-30x+9 \text{ en multipliant les deux membres par 15}$$

2.4 Équations produit

Mémo : produit de facteurs nul

❑ Un **produit** de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul

ex 15: Équation produit

2.4.1 Méthode et exemples

Méthode : équation se ramenant à un produit de facteurs nuls

- "passer" tous les termes dans le membre de gauche pour avoir $= 0$
- Factoriser pour avoir un produit de facteurs
- Chaque facteur peut-être égal à 0

ex 16: Équation se ramenant à un produit de facteurs

❒ Exercice 25 : résolution commentée

Résoudre l'équation $(x+2)(x-1) = 5x - 5$.

Solution:

$(x+2)(x-1) = 5x-5$ — il ne faut pas développer car on a dans ce cas des termes en x^2 qui ne permettent pas d'isoler x

$\iff (x+2)(x-1) - (5x-5) = 0$ — On soustrait $5x-5$ pour avoir 0 dans le membre de droite

$\iff (x+2)(x-1) - 5(x-1) = 0$ — On fait "apparaître " le facteur commun

$\iff (x-1)[(x+2)-5] = 0$ — On factorise

$\iff (x-1)[x-3] = 0$ — On simplifie la seconde parenthèse

$\iff x-1 = 0$ ou $x-3 = 0$ — Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul

$\iff x = 1$ ou $x = 3$

$\boxed{S = \{1;3\}}$

Remarques

- ⚠ ne pas confondre $\{1;3\}$ qui contient les nombres 1 et 3 et $[1;3]$ qui contient tous les réels compris entre 1 et 3, 1 et 3 inclus
- Penser à contrôler les solutions avec la calculatrice

2.4.2 Exemples

❒ Exercice 26 : équation avec factorisation (niv 1)

Résoudre $(x-3)(x+2) - (2x+4)(x-3) = 0$

Solution:

$$\begin{aligned}(x-3)(x+2) - (2x+4)(x-3) = 0 &\iff (x-3)(x+2) - 2(x+2) = 0\\ &\iff (x+2)[(x-3)-2]\\ &\iff (x+2)[x-5]\\ &\iff x+2 = 0 \text{ ou } x-5 = 0\\ &\iff x = -2 \text{ ou } x = 5\end{aligned}$$

$\boxed{S=\{-2;5\}}$

❐ Exercice 27 : utilisation des identités remarquables

Résoudre $4x^2-1=0$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}4x^2-1=0 &\iff (2x)^2-1^2=0\\ &\iff (2x-1)(2x+1)=0 \text{ (troisième identité remarquable } a^2-b^2=(a-b)(a+b))\\ &\iff 2x-1=0 \text{ ou } 2x+1=0\\ &\iff 2x-1=0 \text{ ou } 2x+1=0\\ &\iff 2x=1 \text{ ou } 2x=-1\\ &\iff x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{-1}{2}\end{aligned}$$

$$\boxed{S=\left\{\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right\}}$$

⚠ Ce qu'il ne faut surtout pas faire !

Pour résoudre l'équation $(x+1)(2x-3)=(x+1)(x-2)$ par exemple, on est tenté de "simplifier" par $x+1$, ce qui donnerait $2x-3=x-2$.

⚠ Cela signifie que l'on divise les deux membres par $x+1$ or on ne peut pas diviser par 0 et donc en faisant cette simplification, on suppose que $x+1$ est non nul soit $x\neq -1$, ce que l'on ne sait pas !

Il faut donc utiliser la même méthode que précédemment :

$$\begin{aligned}(x+1)(2x-3)=(x+1)(x-2) &\iff (x+1)(2x-3)-(x+1)(x-2)=0\\ &\iff (x+1)[(2x-3)-(x-2)]=0\\ &\iff (x+1)[2x-3-x+2]=0\\ &\iff (x+1)[x-1]=0\\ &\iff x+1=0 \text{ ou } x-1=0\\ &\iff x=-1 \text{ ou } x=1\end{aligned}$$

2.4.3 Équations avec un quotient

Méthode : équation avec un quotient

➢ déterminer la ou les valeurs interdites avant de résoudre

Par exemple $\dfrac{2}{x+2}$ est défini si $x+2\neq 0$ soit $x\neq -2$ (valeur interdite)

➢ Deux quotients sont égaux si les produits en croix sont égaux
$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}\iff ad=bc$ ($b\neq 0$ et $d\neq 0$)

➢ Résoudre l'équation obtenue

ex 17: Équation avec un quotient se ramenant à un produit de facteurs

❐ Exercice 28 : résolution commentée

Résoudre l'équation $\dfrac{3x-2}{x+1}=\dfrac{2}{3}$.